

## BAB V PENUTUP

### A. Kesimpulan

Dari uraian bab pembahasan sebelumnya, diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Model matematika penyebaran penyakit TB sebagai berikut

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= \Lambda - \frac{\beta SI}{N} - \mu S, \\ \frac{dL}{dt} &= \frac{\beta SI}{N} - \theta L - \mu L - \delta L, \\ \frac{dI}{dt} &= \theta L - \kappa I - \gamma I - \mu I + \tau T, \\ \frac{dT}{dt} &= \gamma I - \tau T - \mu T - \alpha T, \\ \frac{dR}{dt} &= \alpha T + \delta L - \mu R.\end{aligned}$$

2. Titik ekuilibrium model terdiri dari titik ekuilibrium bebas penyakit ( $E_0$ ) dan titik ekuilibrium endemik ( $E_1$ ) yaitu  $E_0 = (S_0, L_0, I_0, T_0, R_0) = \left(\frac{\Lambda}{\mu}, 0, 0, 0, 0\right)$  dan  $E_1 = (S_1, L_1, I_1, T_1, R_1) = \left(\frac{x_3}{x_4}, \frac{(R_0-1)x_1}{x_5}, \frac{(R_0-1)x_1}{x_2}, \frac{\gamma(R_0-1)x_1}{x_2x_6}, \frac{(R_0-1)x_1x_7}{\mu\theta x_2x_6}\right)$  dengan syarat  $E_1$  eksis ketika  $R_0 > 1$ .
3. Estimasi parameter model penyebaran penyakit TB di Indonesia dilakukan dengan menggunakan algoritma PSO yang dimodifikasi sehingga menghasilkan parameter dengan nilai *fitness* terbaik sebesar  $4,812228 \times 10^9$  pada iterasi ke-100.
4. Model matematika penyebaran penyakit TB dengan penerapan kontrol vaksinasi sebagai berikut

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= \Lambda - uS - \frac{\beta SI}{N} - \mu S, \\ \frac{dL}{dt} &= \frac{\beta SI}{N} - \theta L - \mu L - \delta L,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{dI}{dt} &= \theta L - kI - \gamma I - \mu I + \tau T, \\ \frac{dT}{dt} &= \gamma I - \tau T - \mu T - \alpha T, \\ \frac{dR}{dt} &= \alpha T + \delta L + uS - \mu R.\end{aligned}$$

5. Simulasi numerik menggambarkan dinamika jumlah individu pada setiap kompartemen, baik ketika tidak ada penyakit ( $R_0 < 1$ ) maupun ketika keadaan terdapat penyakit ( $R_0 > 1$ ). Simulasi numerik juga dilakukan untuk melihat model dengan penerapan kontrol, diperoleh kesimpulan bahwa vaksinasi berpengaruh pada jumlah individu pada populasi model.
6. Penerapan kontrol vaksinasi dalam model TB berhasil menekan populasi rentan, mencegah individu terinfeksi baik dalam kondisi laten, infeksi atau dalam pengobatan, serta meningkatkan jumlah individu sembuh. Kondisi ini tercapai dalam  $t < 10$ . Vaksinasi diberikan pada seluruh individu rentan (100%) dalam waktu 20 tahun, kemudian cakupannya dapat diturunkan perlahan hingga mencapai 0% pada tahun ke-100.

#### **B. Saran**

Penelitian ini telah dibentuk model penyebaran penyakit TB menggunakan model SLITR. Model ini dapat dikembangkan lebih jauh dengan memperhatikan asumsi yang sesuai dengan penyakit TB di lapangan dan penerapan kontrol lainnya.

## DAFTAR PUSTAKA

- Allen, L. J. S., Brauer, F., Van den Driessche, P., & Wu, J. (2008). *Mathematical Epidemiology* (Vol. 1945). Springer.
- Amalia, I. Im., & Prawoto, B. P. (2024). Bilangan Reproduksi Dasar Model Penyebaran Leptospirosis dengan Adanya Kesadaran Berperilaku Hidup Bersih dan Sehat. *MATHunesa: Jurnal Ilmiah Matematika*, 12(2), 381–389. <https://doi.org/10.26740/mathunesa.v12n2.p381-389>
- Anggraini, I., & Hutabarat, B. (2024). *Tuberkulosis Paru: Faktor Penyebab & Penanggulangannya*. Media Nusa Creative (MNC Publishing).
- Anton, H., & Rorres, C. (2004). Aljabar Linear Elementer Versi Aplikasi Jilid 1, Edisi 8. In *Erlangga, Jakarta*.
- Armandani, Z., & Fuad, Y. (2021). Penerapan Model SEQIR dengan Kontrol Optimal pada Sistem Dinamik Pandemi Covid-19. *MATHunesa: Jurnal Ilmiah Matematika*, 9(2), 366–379. <https://doi.org/10.26740/mathunesa.v9n2.p366-379>
- Boyce, W. E., DiPrima, R. C., & Brannan, J. R. (2009). *Elementary differential equations* (Vol. 9). Wiley New York.
- Brauer, F., Castillo-Chaves, C., & Feng, Z. (2000). Mathematical Models in Epidemiology. In *Mathematica Applicanda* (Vol. 28, Issue 42/01). <https://doi.org/10.14708/ma.v28i42/01.1879>
- Capaldi, A., Behrend, S., Berman, B., Smith, J., Wright, J., & Lloyd, A. L. (2012). Parameter estimation and uncertainty quantification for an epidemic model. *Mathematical Biosciences and Engineering*, 9(3), 553–576. <https://doi.org/10.3934/mbe.2012.9.553>
- Christyanti, R. D., Arif, A., & Puluadji, E. W. S. (2023). Analisis Kestabilan Model Epidemik SEIR pada Penyebaran Penyakit Menggunakan Metode Runge Kutta Orde 4. *Jurnal Sains Benuanta*, 2, 37–45.
- Delogu, G., Sali, M., & Fadda, G. (2013). The biology of Mycobacterium Tuberculosis Infection. *Mediterranean Journal of Hematology and Infectious Diseases*, 5(1). <https://doi.org/10.4084/mjhid.2013.070>
- Driessche, P. Van Den, & Watmough, J. (2002). Reproduction Numbers and Sub-Threshold Endemic Equilibria for Compartmental Models of Disease Transmission. *Mathematical Biosciences*, 180, 29–48.
- Emery, J. C., Richards, A. S., Dale, K. D., McQuaid, C. F., White, R. G., Denholm, J. T., & Houben, R. M. G. J. (2020). Self-clearance of Mycobacterium tuberculosis infection: Implications for lifetime risk and population at-risk of tuberculosis disease. *Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences*, 288(1635). <https://doi.org/10.1098/rspb.2020.1635>

- Erawati, M., & Andriany, M. (2020). The Prevalence and Demographic Risk Factors for Latent Tuberculosis Infection (LTBI) Among Healthcare Workers in Semarang, Indonesia. *Journal of Multidisciplinary Healthcare*, 13, 197–206. <https://doi.org/10.2147/JMDH.S241972>
- Fatmawati, & Ahmadin. (2018). Mathematical Modelling of Tuberculosis in a logistically Growing Human Population with Optimal Control. *World Journal of Modelling and Simulation*, 14(2), 90–99.
- Gao, S., Hu, J., & Yu, Y. (2018). Iterative Methods for Polynomial Equations Based on Vietars Theorem. *Advances in Computer Science Research (ACSR)*, 83(Mcei), 107–111. <https://doi.org/10.2991/mcei-18.2018.21>
- He, S., Peng, Y., & Sun, K. (2020). SEIR modeling of the COVID-19 and its Dynamics. *Nonlinear Dynamics*, 101(3), 1667–1680. <https://doi.org/10.1007/s11071-020-05743-y>
- Kemendagri. (2025). *Kemendagri Rilis Jumlah Penduduk Indonesia 286 Juta Jiwa, Laki-Laki Lebih Banyak dari Perempuan*. Direktorat Jenderal Kependudukan Dan Pencatatan Sipil, Kementerian Dalam Negeri Republik Indonesia. Dipetik 30 Januari 2026 dari <https://dukcapil.kemendagri.go.id/blog/read/kemendagri-rilis-jumlah-penduduk-indonesia-286-juta-jiwa-laki-laki-lebih-banyak-dari-perempuan>
- Kemenkes. (2023). *Laporan Program Penanggulangan Tuberkulosis*. Kementerian Kesehatan Republik Indonesia.
- Kemenkes. (2025a). *Buku Panduan Tenaga Medis dan Tenaga Kesehatan Tuberkulosis Langkah dalam Pencegahan, Deteksi Dini, dan Pendampingan Pasien TBC di Masyarakat*. Kementerian Kesehatan Republik Indonesia.
- Kemenkes. (2025b). *Data Kondisi TBC-TBC Indonesia*. Kementerian Kesehatan Republik Indonesia. Dipetik 22 Januari 2026 dari <https://www.tbindonesia.or.id/pustaka-tbc/data-kondisi-tbc/>
- Kemenkes. (2025c). *Usia Harapan Hidup Penduduk di Indonesia Meningkatkan: Bagaimana Cara Hidup Panjang dengan Sehat dan Sejahtera?*. Kementerian Kesehatan Republik Indonesia. Dipetik 30 Januari 2026 [https://ayosehat.kemkes.go.id/usia-harapan-hidup-penduduk-di-indonesia-meningkat-bagaimana-cara-hidup-panjang-dengan-sehat-dan-sejahtera#:~:text=Pada tahun 2024%2C Badan Pusat,tahun 4 bulan 20 hari](https://ayosehat.kemkes.go.id/usia-harapan-hidup-penduduk-di-indonesia-meningkat-bagaimana-cara-hidup-panjang-dengan-sehat-dan-sejahtera#:~:text=Pada tahun 2024%2C Badan Pusat,tahun 4 bulan 20 hari))
- Khaerunnisa, N. A., Nasution, Y. N., & Huda, M. N. (2022). Analisis Kestabilan Model Epidemik SEI Pada Penyebaran Penyakit Tuberkulosis. *BASIS Jurnal Ilmiah Matematika*, 1(1), 16–29.
- Khalil, H. K. (2002). Nonlinear Systems. In *Department of Electrical and Computer Engineering Michigan State University* (Third Edit).

- Lamria, P., Kristina, Dian, P., Teti, T., & Dina Bisara, L. (2020). Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Kejadian Tuberkulosis pada Umur 15 Tahun ke Atas di Indonesia (Analisis Data Survei Prevalensi Tuberkulosis (SPTB) Di Indonesia(2015-2020). *Buletin Penelitian Sistem Kesehatan*, 23(1), 10–17.
- Lenhart, S., & Workman, J. T. (2007). *Optimal control applied to biological models*. Chapman and Hall/CRC.
- Ma, Z., & Li, J. (2009). *Dynamical Modeling and Analysis of Epidemics*. World scientific.
- Mardiah, A. (2019). Skrining Tuberkulosis (Tb) Paru Di Kabupaten Banyumas Provinsi Jawa Tengah. *Jurnal Kedokteran*, 4(1), 694. <https://doi.org/10.36679/kedokteran.v4i1.62>
- Mohandes, M. A. (2012). Modeling Global Solar Radiation Using Particle Swarm Optimization ( PSO ). *SciVerse ScienceDirect: Solar Energi* 86, 86, 3137–3145.
- Muhafzan, Zulakmal, Narwen, Baqi, A. I., Lestari, A. G., & Oktaviani, M. (2023). a Fractional Sitr Model for Dynamic of Tuberculosis Spread. *Communications in Mathematical Biology and Neuroscience*, 14, 1–9. <https://doi.org/10.28919/cmbn/7864>
- Muhamad, H., Prasojo, C. A., Sugianto, N. A., Surtiningsih, L., & Cholissodin, I. (2017). Optimasi Naïve Bayes Classifier dengan Menggunakan Particle Swarm Optimazation pada Data Iris. *Jurnal Teknologi Informasi Dan Ilmu Komputer (JTIK)*, 4(3), 180–184.
- Napitupulu, R. N., Hardiansyah, & Junaidi. (2018). Penjadwalan Optimal Unit-unit Pembangkit dengan Metode Particle Swarm Optimization (PSO). *Journal of Electrical Engineering, Energy, and Information Technology (J3EIT)*, 3, 1–8.
- Neuhauser, C. (2011). *Calculus for Biology and Medicine* (Third Edit). Pearson Education, Inc.
- Nisa', E. K., & Artiono, R. (2025). Analisi Dinamik Model Koinfeksi Penyebaran Penyakit Flu Babai (H1N1) dan Flu Burung (H5N1). *MATHunesa: Jurnal Ilmiah Matematika*, 13(02), 206–219.
- Nugroho, A. A., Aziz, M. A., & Tanjung, A. Y. A. (2023). Analisis dan Simulasi Parameter Model Susceptible Vaccinated Infected Recovered (SVIR) pada Penyebaran Tuberkulosis di Indonesia. *Jurnal Integrasi Sains Dan Qur'an (JISQu)*, 2(1).
- O'Garra, A., Redford, P. S., McNab, F. W., Bloom, C. I., Wilkinson, R. J., & Berry, M. P. R. (2013). The immune response in tuberculosis. *Annual Review of Immunology*, 31, 475–527. <https://doi.org/10.1146/annurev-immunol-032712-095939>

- Ochieng, F. O. (2025). SEIRS Model for TB Transmission Dynamics Incorporating the Environment and Optimal Control. *BMC Infectious Diseases*. <https://doi.org/10.1186/s12879-025-10710-2>
- Olsder, G. J., & Woude, J. W. van der. (2003). *Mathematical Systems Theory, second edition* (second edi). DUP Blue Print is een imprint van: Delft University Press.
- Olsder, G. J., Woude, J. W. Van der, Maks, J. G., & Jeltsema, D. (2011). *Mathematical Systems Theory* (fourth edi). VSSD.
- Pandia, W., & Sitepu, I. (2021). Penentuan Galat Persamaan Diferensial Biasa Orde 1 dengan Metode Numerik. *Jurnal Mutiara Pendidikan Indonesia*, 6(1), 31–37. <https://doi.org/10.51544/mutiarapendidik.v6i1.1907>
- Perko, L. (2013). *Differential equations and dynamical systems* (Third Edit). Springer Science & Business Media.
- Poli, R., Kennedy, J., & Blackwell, T. (2007). Particle Swarm Optimization an Overview. *Springer Science + Business Media*. <https://doi.org/10.1007/s11721-007-0002-0>
- Ria, A., Fatia, L., & Helen, W. (2023). Interkasi Obat Anti Tuberkolosis pada Pasien Tuberkolosis Paru. *Jurnal Kesehatan Perintis*, 10(1), 53–59.
- Ross, S. L. (1989). *Introduction to Ordinary Differential Equations*. John Wiley & Sons, Inc.
- Sa'adah, N., Bakhtiar, T., & Hanum, F. (2012). Penerapan Prinsip Maksimum Pontryagin pada Sistem Inventori-Produksi. *Prosiding Seminar Nasional V*, 224–235.
- Salmah. (2020). *Teori Sistem Kendali Linear dan Aplikasinya*. Gadjah Mada University Press.
- Sari, F. Y., Maulidya, R., Hilmi, M. A. S., Wahyudi, S. N., Fransisca, V., Putri, A. M., Asyhar, A. H., & Ulinnuha, N. (2024). Pemodelan Matematika Pada Penyebaran Penyakit Tuberculosis di Provinsi Jawa Timur. *Journal of Mathematics Education and Science*, 7(2), 117–128. <https://doi.org/10.32665/james.v7i2.2733>
- Sari, H. K. (2022). Penyelesaian Persamaan Diferensial Parsial Menggunakan Transformasi Laplace. *Bimaster : Buletin Ilmiah Matematika, Statistika Dan Terapannya*, 11(1), 139–148.
- Setiawan, H., & Nugraha, J. (2016). Analisis Kadar IFN- $\gamma$  dan IL-10 pada PBMC Penderita Tuberkulosis Aktif, Laten dan Orang Sehat, Setelah di Stimulasi dengan Antigen ESAT-6. *Jurnal Biosains Pascasarjana*, 18(1), 50. <https://doi.org/10.20473/jbp.v18i1.2016.50-63>



- Side, S., Sanusi, W., & Setiawan, N. F. (2016). Analisis dan Simulasi Model SITR pada Penyebaran Penyakit Tuberkulosis di Kota Makassar. *Jurnal Sainsmat*, *V*(2), 191–204.
- Silva, C. J., & Torres, D. F. M. (2015). Optimal control of tuberculosis: a review. *Dynamics, Games and Science: International Conference and Advanced School Planet Earth, DGS II, Portugal, August 28–September 6, 2013*, 701–722.
- Singh, N., & Singh, S. B. (2017). Hybrid Algorithm of Particle Swarm Optimization and Grey Wolf Optimizer for Improving Convergence Performance. *Journal of Applied Mathematics*, 2017, 15. <https://doi.org/10.1155/2017/2030489>
- Sjahrani, T., & Sari, N. (2018). Hubungan Antara Pemberian Vaksinasi BCG Dengan Kejadian Tuberkulosis Pada Anak Di RSUD DR.H. Abdul Moeloek. *Dunia Kesmas*, 7, 204–211.
- Stein, C. M., Nsereko, M., Malone, L. S. L., Okware, B., Kisingo, H., Nalukwago, S., Chervenak, K., Mayanja-Kizza, H., Hawn, T. R., & Henry Boom, W. (2019). Long-term Stability of Resistance to Latent Mycobacterium tuberculosis Infection in Highly Exposed Tuberculosis Household Contacts in Kampala, Uganda. *Clinical Infectious Diseases*, 68(10), 1705–1712. <https://doi.org/10.1093/cid/ciy751>
- Ullah, S., Khan, M. A., Farooq, M., Hammouch, Z., & Baleanu, D. (2020). A fractional model for the dynamics of tuberculosis infection using Caputo-Fabrizio derivative. *Discrete Contin. Dyn. Syst., Ser. S*, 13(3), 975–993.
- Wahdi, A., & Puspitosari, D. R. (2021). Mengenal Tuberkulosis. In *Pena Persada*.
- WHO. (2024). Global Tuberculosis Report 2024. In *Who.Int*.
- WHO. (2025). *Tuberculosis*. Dipetik 12 September 2025 dari <https://www.who.int/news-room/fact-sheets/detail/tuberculosis>
- Windarto. (2021). *Optimasi Swarm Partikel Menggunakan Scilab*. Airlangga University Press.
- Yong, B. (2020). Model Dinamika penyebaran pemilih dengan menggunakan pendekatan epidemiologi. *Prosiding Seminar Nasional Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 5, 155–160.
- Zhang, Z. (1995). Parameter Estimation Techniques: a Tutorial with Application to Conic Fitting. *Rapport de Recherche, Institut National De Recherche En Informatique Et En Automatique*, 44.