

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Matematika terapan memiliki peranan penting dalam memodelkan dan menganalisis berbagai permasalahan nyata, salah satunya melalui teori graf dan teori permainan. Teori graf digunakan untuk merepresentasikan hubungan antarobjek secara terstruktur. Perkembangan teori graf diawali oleh penyelesaian jembatan Königsberg oleh matematikawan Swiss, Leonardo Euler, pada tahun 1736 (Slamin, 2023). Sementara itu, teori permainan merupakan cabang ilmu matematika yang digunakan untuk menggambarkan situasi konflik atau kerja sama antar pihak. Melalui teori ini, proses pengambilan keputusan dalam berbagai bentuk persaingan yang melibatkan dua pihak atau lebih dapat dianalisis secara sistematis (Aminudin, 2020).

Teori permainan dikelompokkan menjadi dua jenis, yaitu permainan kooperatif dan permainan non-kooperatif. Permainan kooperatif melibatkan dua atau lebih pemain yang bekerja sama untuk mencapai tujuan dalam permainan, sedangkan permainan non-kooperatif melibatkan dua atau lebih pemain yang berusaha mencapai tujuan masing-masing tanpa adanya kerja sama. Permainan kooperatif sangat bergantung pada keputusan para pemain untuk bekerja sama. Adanya kerja sama tersebut, permasalahan utama yang muncul adalah bagaimana hasil kerja sama dibagi secara adil di antara para pemain. Proses pembagian hasil inilah yang dikenal sebagai masalah alokasi dalam permainan kooperatif (Salmah, 2022).

Pada permainan kooperatif dengan *transferable utility* (TU), terdapat beberapa aturan alokasi yang digunakan untuk menentukan pembagian hasil, di antaranya Imputasi, Core, Nilai Shapley, dan Nucleolus. Nilai Shapley merupakan salah satu aturan alokasi yang sangat populer dalam teori permainan kooperatif. Aturan ini menghasilkan alokasi dalam bentuk vektor tunggal, yang diperoleh dengan menghitung rata-rata kontribusi marginal setiap pemain terhadap semua koalisi yang mungkin terbentuk (Shapley, 1953; Salmah, 2022).

Seiring perkembangannya, teori permainan kemudian dikaitkan dengan teori graf untuk menggambarkan keterbatasan komunikasi antar pemain. Kedua teori ini diintegrasikan karena teori permainan klasik umumnya mengasumsikan bahwa setiap pemain memiliki kebebasan penuh untuk berkomunikasi dan bekerja sama dengan siapa pun. Namun, dalam situasi nyata, tidak semua pemain bisa saling bekerja sama secara langsung karena adanya keterbatasan peran masing-masing pemain. Oleh karena itu, teori graf digunakan untuk menggambarkan dengan jelas “siapa yang dapat berkomunikasi dengan siapa” dengan merepresentasikan pemain sebagai simpul dan hubungan kerja sama sebagai sisi. Melalui pendekatan ini, struktur kerja sama dalam permainan kooperatif tidak lagi bersifat abstrak, melainkan memiliki batasan yang jelas sesuai dengan pola interaksi antar pemain (Jackson & Wolinsky, 1996).

Dalam teori permainan, penggunaan graf lebih ditekankan pada jenis permainan kooperatif dibandingkan non-kooperatif. Pada permainan non-kooperatif, fokus utama adalah strategi individu, sedangkan pada permainan kooperatif, keberadaan graf menjadi sangat penting karena alokasi keuntungan sangat bergantung pada kemampuan pemain untuk membentuk koalisi. Tanpa representasi graf, sulit untuk memvisualisasikan interaksi pemain secara kompleks. Dengan demikian, graf memberikan kerangka kerja untuk menentukan koalisi mana yang layak berdasarkan keterhubungan antar pemain (Owen, 1986).

Meskipun Myerson (1977) telah memperkenalkan konsep permainan graf tak berarah untuk menggambarkan komunikasi dua arah, model ini dianggap kurang mampu menangani situasi di mana arus informasi bersifat searah. Hal inilah yang mendasari perlunya penggunaan graf berarah. Pada graf berarah, konsep dua arah digantikan oleh konsep keterhubungan kuat (*strongly connected*). Keterhubungan kuat tidak mengharuskan adanya interaksi bolak-balik secara langsung antara dua pemain, melainkan cukup adanya lintasan yang memungkinkan pemain A mencapai pemain B dan sebaliknya melalui pemain lain dalam satu siklus (Li & Shan, 2020).

Kondisi tersebut mendorong berkembangnya kajian mengenai permainan kooperatif dengan graf berarah (*directed graph games*). Beberapa penelitian sebelumnya, seperti yang dilakukan oleh Gonzalez-Aranguena dkk. dan

Khmelnitskaya dkk., berupaya memperluas nilai Myerson ke dalam graf berarah. Pendekatan ini bertujuan untuk menghasilkan pembagian hasil kepada para pemain yang mempertimbangkan arah hubungan antar pemain. Namun, metode yang dikembangkan sulit dianalisis secara matematis. Kesulitan ini terutama muncul dalam proses perhitungan dan interpretasi nilai yang dihasilkan (Gonzalez-Aranguena et al., 2008; Khmelnitskaya et al., 2016).

Penelitian Li dan Shan (2020) memberikan solusi yang lebih sederhana untuk menghitung nilai Myerson pada graf berarah dengan mendefinisikannya sebagai nilai Shapley dari permainan terbatas digraf (*digraph-restricted game*). Pada pendekatan ini, koalisi yang dianggap layak untuk bekerja sama hanyalah koalisi yang terhubung kuat (*strongly connected*). Selain itu, nilai Myerson pada graf berarah dikarakterisasi melalui dua sifat utama, yaitu efisiensi komponen kuat (*strong component efficiency*) dan keadilan (*fairness*) (Li & Shan, 2020).

Berdasarkan uraian di atas, kajian mengenai nilai Myerson pada permainan kooperatif dengan graf berarah menjadi penting untuk dipahami secara lebih mendalam. Oleh karena itu, skripsi ini membahas definisi dan karakterisasi nilai Myerson pada permainan graf berarah dengan mengacu pada penelitian Li dan Shan (2020).

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Bagaimana nilai Myerson didefinisikan sebagai suatu aturan alokasi dalam permainan kooperatif dengan graf berarah?
2. Bagaimana karakterisasi nilai Myerson pada permainan graf berarah berdasarkan penelitian Li dan Shan (2020)?

C. Batasan Masalah

Penelitian ini membahas nilai Myerson pada permainan graf berarah sederhana yang tidak mengandung *loop* maupun sisi ganda, dengan koalisi yang dibatasi pada himpunan pemain yang saling terhubung kuat.

D. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah dikemukakan, tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengetahui bagaimana nilai Myerson didefinisikan dalam permainan graf berarah.
2. Menjelaskan karakterisasi nilai Myerson pada permainan graf berarah berdasarkan penelitian Li dan Shan (2020).

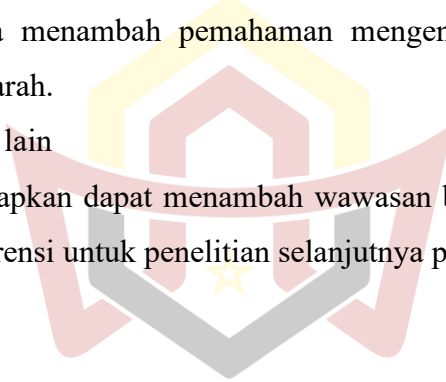
E. Manfaat Penelitian

1. Manfaat bagi penulis

Penelitian ini bermanfaat bagi penulis untuk menerapkan pengetahuan tentang teori graf dan teori permainan yang telah diperoleh selama perkuliahan ke dalam karya ilmiah, serta menambah pemahaman mengenai nilai Myerson pada permainan graf berarah.

2. Manfaat bagi pihak lain

Penelitian ini diharapkan dapat menambah wawasan bagi pembaca dan dapat menjadi bahan referensi untuk penelitian selanjutnya pada topik yang relevan.



UIN IMAM BONJOL
PADANG