

**ATURAN ALOKASI UNTUK PERMAINAN KOOPERATIF
DENGAN GRAF BERARAH**

SKRIPSI



**Oleh:
DESRI YENI RAHMAWATI
2217010032**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UIN IMAM BONJOL PADANG
2026**

**ATURAN ALOKASI UNTUK PERMAINAN KOOPERATIF
DENGAN GRAF BERARAH**

SKRIPSI

Diajukan Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Meraih Gelar Sarjana (S1)



Oleh:

**DESRI YENI RAHMAWATI
2217010032**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UIN IMAM BONJOL PADANG
2026**

HALAMAN PERNYATAAN ORISINALITAS

**Skripsi ini adalah karya saya sendiri,
dan semua sumber baik yang dikutip maupun dirujuk
telah saya nyatakan dengan benar**

Padang, 23 Februari 2026
Yang Membuat Pernyataan,



DESRI YENI RAHMAWATI

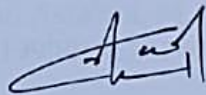
HALAMAN PERSETUJUAN

Skripsi dengan judul **Aturan Alokasi untuk Permainan Kooperatif dengan Graf Berarah** yang disusun oleh **Desri Yeni Rahmawati** NIM **2217010032**, telah diperiksa dan disetujui untuk diajukan dalam sidang skripsi pada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Imam Bonjol Padang.

Padang, 03 Februari 2026

Menyetujui,

Pembimbing I



Ezhari Asfa'ani, M.Sc.
NIP 199001062019032012

Pembimbing II

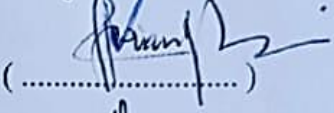
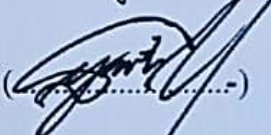


Darvi Mailisa Putri, M.Si.
NIP 199006162019032021

HALAMAN PENGUJIAN

Skripsi dengan judul **Aturan Alokasi untuk Permainan Kooperatif dengan Graf Berarah** yang disusun oleh **Desri Yeni Rahmawati NIM 2217010032**, telah diuji di depan Tim Penguji pada Kamis, 12 Februari 2026.

Tim Penguji:

Nama	Jabatan	Tanda Tangan
1. La Ode Sabran, M.Si. NIP 1998804252020121006	(Ketua)	()
2. Lilis Harianti Hasibuan, M.Si. NIP 198804142019032008	(Sekretaris)	()
3. Darvi Mailisa Putri, M.Si. NIP 199006162019032021	(Anggota)	()
4. Syarto Mustofa, M.Sc. NIP 199309152020121012	(Anggota)	()

Mengetahui,

Ketua Program Studi


Syarto Mustofa, M.Sc.
NIP 199309152020121012

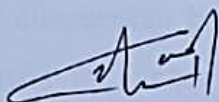
HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi dengan judul **Aturan Alokasi untuk Permainan Kooperatif dengan Graf Berarah** yang disusun oleh **Desri Yeni Rahmawati** NIM **2217010032** Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Imam Bonjol Padang telah dipertahankan di depan Tim Penguji Sidang Sripsi pada Kamis, 12 Februari 2026 dan dinyatakan memenuhi syarat.

Disahkan di : Padang
Tanggal : 23 Februari 2026

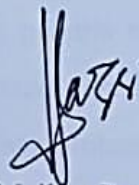
Menyetujui:

Pembimbing I



Ezhari Asfa'ani, M.Sc.
NIP 199001062019032012

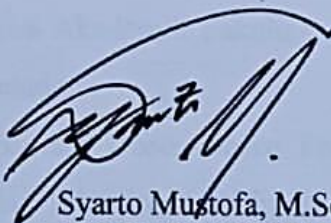
Pembimbing II



Darvi Mailisa Putri, M.Si.
NIP 199006162019032021

Mengetahui,

Ketua Program Studi



Syarto Mustofa, M.Sc.
NIP 199309152020121012

Mengesahkan,

Dekan Fakultas Sains dan Teknologi



Dr. Yulia, M.Pd.
NIP 198105052009012008

KATA PENGANTAR

Bismillahirrahmanirrahim, puji syukur atas kehadiran Allah SWT yang telah memberikan nikmat yang tak terhingga kepada penulis, baik berupa kesehatan, kekuatan iman dan ihsan sehingga penulis mampu menyelesaikan skripsi yang berjudul “Aturan Alokasi untuk Permainan Kooperatif dengan Graf Berarah”. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu persyaratan akademik dalam menyelesaikan pendidikan jenjang Sarjana (S1) pada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Imam Bonjol Padang.

Dalam penyelesaian skripsi ini masih jauh dari kata sempurna, hal ini dikarenakan keterbatasan pengetahuan yang penulis miliki. Oleh karena itu, untuk melengkapi ketidaksempurnaan tersebut penulis berharap akan adanya kritik dan saran yang bersifat membangun kepada penulis agar dapat menjadi lebih baik untuk tahap selanjutnya. Pada kesempatan ini tak lupa juga penulis ucapkan terima kasih kepada semua pihak yang memberikan bimbingan, dukungan dan nasihat kepada penulis selama penyusunan skripsi ini. Terutama penulis ucapkan terima kasih kepada:

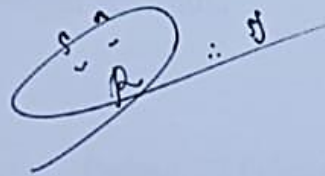
1. Dekan dan Civitas Akademik Fakultas Sains dan Teknologi UIN Imam Bonjol Padang.
2. Ketua, Sekretaris dan Dosen-Dosen Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Imam Bonjol Padang.
3. Ezhari Asfa'ani, M.Sc. selaku Pembimbing I sekaligus dosen Pembimbing Akademik penulis, yang sepenuhnya telah memberikan arahan, bimbingan, dukungan serta motivasi kepada penulis dalam penyelesaian skripsi ini.
4. Darvi Mailisa Putri, M.Si. selaku Pembimbing II yang telah memberikan bimbingan dan arahan kepada penulis dalam penyelesaian skripsi ini.
5. La Ode Sabran, M.Si. selaku dosen penguji I yang telah memberikan kritik dan saran untuk penyempurnaan skripsi ini.

6. Lilis Harianti Hasibuan, M.Si. selaku dosen penguji II yang telah memberikan kritik dan saran untuk penyempurnaan skripsi ini.
7. Kepada kedua orang tua penulis, amak dan bapak, Sugiyo dan Eka Rekob, dua orang yang sangat berjasa dalam hidup penulis dan yang menjadi alasan sekaligus kekuatan terbesar penulis untuk bertahan dan sampai pada titik ini. Terima kasih atas doa, cinta, kepercayaan dan segala bentuk yang telah diberikan, sehingga penulis merasa didukung disegala pilihan dan keputusan yang diambil oleh penulis. Semoga Allah SWT memberikan keberkahan di dunia dan tempat terbaik di akhirat kelak, karena telah menjadi figur orang tua terbaik bagi penulis. Kekuatan doa amak dan bapak lah yang berhasil menghantarkan penulis sehingga penulis sampai pada tahap sekarang ini.
8. Penulis juga ingin menyampaikan terima kasih yang tak terhingga kepada dua nenek tercinta, inyiak Anai (Nuraya) dan Inyiak Anga (Sara). Kepada almarhumah Inyiak Anai, yang kini telah lebih dulu bersama Allah SWT., penulis mengirimkan doa terbaik. Kasih sayang, nasihat dan doa beliau semasa hidup akan selalu menjadi sumber kekuatan dan kenangan indah yang senantiasa melekat di hati. Semoga Allah SWT., melapangkan tempat beliau dan melimpahkan rahmat-Nya yang tak tertepi. Kepada Inyiak Anga yang alhamdulillah masih sehat wal afiat dan senantiasa membersamai keluarga, penulis bersyukur atas doa, perhatian, dan kasih sayang yang terus mengalir tanpa henti. Kehadiran Inyiak Anga menjadi penguat semangat dalam setiap langkah, termasuk dalam menyelesaikan perjalanan pendidikan ini. Dengan segenap rasa syukur, penulis bangga dan bahagia bisa tumbuh serta berjuang dengan doa-doa dari kedua nenek tercinta.
9. Penulis juga mengucapkan terima kasih kepada Etek, Pek Tek, Dinda, Ashila, Ghali, dan Viona yang selalu memberikan doa, dukungan, serta semangat yang tulus. Kehadiran keluarga tercinta

ini menjadi sumber kebahagiaan dan kekuatan bagi penulis dalam menjalani proses pendidikan hingga terselesaikannya skripsi ini.

10. Penulis juga berterima kasih kepada abang (Are Setiawan) yang telah memberi semangat, dukungan dan selalu siap sedia mendengar keluh kesah penulis selama kuliah serta dalam penyusunan skripsi ini.
11. Kepada sahabat terbaik, Ririn, terima kasih selalu memberi semangat, doa dan dukungan yang tulus sejak awal hingga terselesaikannya skripsi ini.
12. Seluruh pihak yang telah membantu kelancaran penulisan skripsi ini yang tidak bisa penulis sebutkan satu persatu.

Padang, 03 Februari 2026

A handwritten signature in black ink, featuring a large, stylized initial 'P' followed by a series of loops and a long horizontal stroke extending to the right.

Penulis

**HALAMAN PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI KARYA
ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS**

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Desri Yeni Rahmawati

Nim : 2217010032

Program Studi : Matematika

Judul Skripsi : Aturan Alokasi untuk Permainan Kooperatif dengan Graf
Berarah

Dengan ini menyatakan persetujuan untuk dipublikasikan karya ilmiah (skripsi)
saya oleh pihak UIN Imam Bonjol untuk kepentingan akademik.

Padang, 23 Februari 2026
Yang Membuat Pernyataan



Desri Yeni Rahmawati

ABSTRAK

Permainan kooperatif merupakan cabang dari teori permainan yang menganalisis kerja sama antar pemain. Pada penelitian ini, permainan kooperatif dikaji dalam bentuk permainan graf berarah (*directed graph games*) dengan fokus pada konsep nilai Myerson. Dalam permainan ini, koalisi yang dapat bekerja sama secara efektif adalah koalisi pemain yang terhubung kuat (*strongly connected*), sedangkan koalisi yang tidak terhubung kuat hanya dapat memperoleh jumlah nilai dari komponen kuatnya. Nilai Myerson kemudian didefinisikan sebagai nilai Shapley dari permainan graf berarah yang dibatasi. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa nilai Myerson mampu memberikan pembagian hasil yang adil dan konsisten bagi setiap pemain sesuai dengan keterhubungan dalam graf berarah.

Kata kunci: Graf berarah, nilai Myerson, permainan kooperatif.

ABSTRACT

Cooperative games are a branch of game theory that analyzes cooperation between players. In this study, cooperative games are examined in the form of directed graph games with a focus on the concept of Myerson value. In this game, coalitions that can cooperate effectively are strongly connected coalitions, whereas a coalition that is not strongly connected can only obtain the value of their strong component. The Myerson value is then defined as the Shapley value of a restricted directed graph game. The results of this study indicate that the Myerson value is capable of providing a fair and consistent distribution of results for each player in accordance with the connectivity in the directed graphs.

Keywords: *Directed graphs, Myerson value, cooperative games.*

DAFTAR ISI

HALAMAN PERNYATAAN ORISINALITAS	ii
HALAMAN PERSETUJUAN.....	iii
HALAMAN PENGUJIAN	iv
HALAMAN PENGESAHAN	v
KATA PENGANTAR.....	vi
HALAMAN PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI KARYA ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS	ix
ABSTRAK.....	x
<i>ABSTRACT</i>	xi
DAFTAR ISI	xii
DAFTAR TABEL	xiv
DAFTAR GAMBAR	xv
BAB I PENDAHULUAN	1
A. Latar Belakang	1
B. Rumusan Masalah	3
C. Batasan Masalah	3
D. Tujuan Penelitian	4
E. Manfaat Penelitian	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	5
A. Kerangka Teori	5
1. Himpunan dan Fungsi	5
a. Himpunan.....	5
b. Fungsi.....	7
2. Teori Graf	8
3. Teori Permainan	14
4. Permainan Kooperatif	16
5. Permainan Bentuk Koalisi	17
a. Nilai Shapley.....	18
b. Nilai Myerson	27
B. Literatur <i>Review</i>	38

BAB III METODE PENELITIAN	40
A. Metode Penelitian	40
B. <i>Setting</i> Penelitian	40
C. Langkah-Langkah Penelitian	40
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	41
A. Graf Berarah pada Permainan Kooperatif	41
B. Nilai Myerson untuk Permainan Graf Berarah	46
C. Karakterisasi Nilai Myerson untuk Permainan Graf Berarah	78
BAB V PENUTUP	91
A. Kesimpulan	91
B. Saran	92
DAFTAR PUSTAKA	93

DAFTAR TABEL

Nomor Tabel	Judul Tabel	Halaman
Tabel 2.1.	Tabel permainan TU	17
Tabel 2.2.	Tabel perhitungan nilai Shapley	25
Tabel 4.1.	Tabel fungsi karakteristik	60

DAFTAR GAMBAR

Nomor Gambar	Judul Gambar	Halaman
Gambar 2.1.	(a) Graf G dan (b) subgraf H	8
Gambar 2.2.	(a) <i>Link</i> pada graf tak berarah dan (b) <i>link</i> pada graf berarah	9
Gambar 2.3.	Graf sederhana	9
Gambar 2.4.	Graf tak sederhana	10
Gambar 2.5.	Lintasan sederhana	10
Gambar 2.6.	Lintasan berarah sederhana	11
Gambar 2.7.	Dua simpul Terhubung	11
Gambar 2.8.	Graf berarah	12
Gambar 2.9.	Graf tak berarah	12
Gambar 2.10.	Graf lengkap	13
Gambar 2.11.	(a) Graf terhubung dan (b) graf tak terhubung	13
Gambar 2.12.	Graf terhubung pada graf berarah	13
Gambar 2.13.	(a) Digraf terhubung kuat dan (b) digraf terhubung lemah	14
Gambar 2.14.	Anggota dari $\mathcal{L}_N$	27
Gambar 2.15.	Graf 4 pemain untuk $L = \{12, 13, 23\}$	28
Gambar 2.16.	Graf 5 pemain untuk $L = \{24, 35, 43, 45\}$	29
Gambar 4.1.	Graf lengkap K	42
Gambar 4.2.	Anggota dari $\mathcal{D}_N$	42
Gambar 4.3.	Graf 4 pemain untuk $D = \{(1,2), (1,3), (2,3)\}$	43
Gambar 4.4.	Digraf lima pemain	44
Gambar 4.5.	Digraf di antara lima pemain	45
Gambar 4.6.	Digraf 3 pemain untuk $D = \{(1,2), (2,3)\}$	47