

**APLIKASI KONTROL OPTIMAL PADA
MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN *MONKEYPOX*
DENGAN KARANTINA**

SKRIPSI



**Oleh :
A'ISYAH NAHRIL 'ILMI
2117010022**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UIN IMAM BONJOL PADANG
2025**

**APLIKASI KONTROL OPTIMAL PADA
MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN *MONKEYPOX*
DENGAN KARANTINA**

SKRIPSI

Diajukan Sebagai Salah Satu Syarat untuk Meraih Gelar Sarjana (S1)



**Oleh :
A'ISYAH NAHRIL 'ILMI
2117010022**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UIN IMAM BONJOL PADANG
2025**

HALAMAN PERNYATAAN ORISINALITAS

Skripsi ini adalah hasil karya sendiri,
dan semua sumber baik yang dikutip maupun dirujuk
telah saya nyatakan dengan benar.

Padang, 06 Maret 2025
Yang Membuat Pernyataan



A'ISYAH NAHRIL 'ILMI

HALAMAN PERSETUJUAN

Skripsi dengan judul **Aplikasi Kontrol Optimal pada Model Matematika Penyebaran *Monkeypox* dengan Karantina** yang disusun oleh **A'isyah Nahril 'Ilmi NIM 2117010022**, telah diperiksa dan disetujui untuk diajukan seminar skripsi pada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Imam Bonjol Padang.

Padang, 07 Februari 2025

Menyetujui:

Pembimbing I



La Ode Sabran, M.Si.
NIP 198804252020121006

Pembimbing II

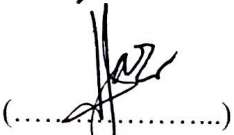


Darvi Maulisa Putri, M.Si.
NIP 199006162019032021

HALAMAN PENGUJIAN

Skripsi dengan judul **Aplikasi Kontrol Optimal pada Model Matematika Penyebaran Monkeypox dengan Karantina** yang disusun oleh **A'isyah Nahril 'Ilmi NIM 2117010022**, telah diuji di depan Tim Penguji pada hari Rabu tanggal 19 Februari 2025.

Tim Penguji

No	Nama	Jabatan	Tanda Tangan
1	Ezhari Asfa'ani, M.Sc. NIP 199001062019032012	(Ketua)	 (.....)
2	Ilham Dangu Rianjaya, M.Si NIP 199207022020121009	(Sekretaris)	 (.....)
3	Darvi Mailisa Putri, M.Si. NIP 199006162019032021	(Anggota)	 (.....)
4	La Ode Sabran, M.Si. NIP 198804252020121006	(Anggota)	 (.....)

Mengetahui,

Ketua Program Studi Matematika



Lilis Harianti Hasibuan, M.Si.
NIP 198804142019032008

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi dengan judul **Aplikasi Kontrol Optimal pada Model Matematika Penyebaran *Monkeypox* dengan Karantina** yang disusun oleh **A'isyah Nahril 'Ilmi NIM 2117010022** Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Imam Bonjol Padang telah dipertahankan di depan Tim Penguji Sidang Skripsi pada hari Rabu, tanggal 19 Februari 2024 dan dinyatakan memenuhi syarat.

Disahkan di : Padang

Tanggal : 06 Maret 2025

Menyetujui

Pembimbing I



La Ode Sabran, M.Si.
NIP 198804252020121006

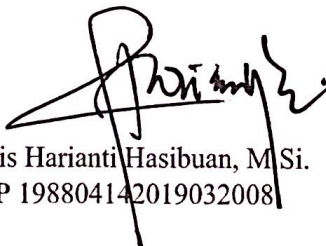
Pembimbing II



Darvi Majlisa Putri, M.Si.
NIP 199006162019032021

Mengetahui,

Ketua Program Studi Matematika



Lilis Harianti Hasibuan, M.Si.
NIP 198804142019032008

Mengesahkan,

Dekan Fakultas Sains dan Teknologi



Prof. Nurus Shalihin, M.Si., Ph.D.
NIP 196911192003121001

KATA PENGANTAR

Puji syukur atas kehadiran Allah SWT yang telah memberikan rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan judul “Aplikasi Kontrol Optimal pada Model Matematika Penyebaran *Monkeypox* dengan Karantina”. Skripsi ini disusun untuk memenuhi persyaratan akademik dalam menyelesaikan pendidikan pada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi di Universitas Islam Negeri Imam Bonjol Padang.

Dalam penyelesaian skripsi ini tentunya masih jauh dari kata sempurna, hal ini dikarenakan keterbatasan pengetahuan yang penulis miliki. Oleh karena itu untuk melengkapi kesempurnaan tersebut diharapkan adanya saran kritik yang diberikan bersifat membangun. Pada kesempatan ini tak lupa penulis ucapkan banyak terima kasih kepada semua pihak yang telah memberikan bimbingan, pengarahan, nasehat, dan pemikiran dalam penulisan skripsi ini, terutama kepada:

1. Kedua orang tua, Abi Mustarijal dan Umi Dona Marlinis, yang selalu memberikan do’a, dukungan, dan motivasi kepada penulis.
2. Dekan dan Civitas Akademika Fakultas Sains dan Teknologi.
3. Ketua dan Sekretaris Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.
4. La Ode Sabran, M.Si selaku pembimbing I sekaligus penguji IV yang telah memberikan arahan dan kritik dalam penulisan skripsi ini.
5. Darvi Mailisa Putri, M.Si selaku pembimbing II sekaligus penguji III yang telah memberikan arahan dan kritik dalam penulisan skripsi ini.
6. Ezhari Asfa’ani, M.Sc. selaku penguji I yang telah berkesempatan menguji serta memberikan arahan dan kritik dalam penulisan skripsi ini.
7. Ilham Dangu Rianjaya, M.Si selaku penguji II yang telah berkesempatan menguji serta memberikan arahan dan kritik dalam penulisan skripsi ini.
8. Ketiga saudara Muhammad Thoriq Aqwam, Muhammad Zadittaqwa, dan Hifzhi Khulqi yang selalu memberikan do’a, dukungan, dan motivasi kepada penulis.

9. Kepada NIM 2113010025, NIM 2117010006, dan NIM 2116040065 yang selalu mensupport dan menjadi tempat berkeluh kesah semasa skripsi ditulis.
10. Teman-teman se-Angkatan yang telah memberikan dukungan, dan do'a serta menemani perjalanan dari awal hingga akhir perkuliahan.
11. Pihak-pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu tanpa mengurangi rasa hormat, yang telah memberikan dorongan dan bantuan sehingga skripsi ini terselesaikan.

Padang, 06 Maret 2025



A'isyah Nahril 'Ilmi

**HALAMAN PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI KARYA
ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS**

Saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : A'isyah Nahril 'Ilmi
NIM : 2117010022
Program Studi : Matematika
Judul Skripsi : Aplikasi Kontrol Optimal pada Model Matematika
Penyebaran *Monkeypox* dengan Karantina

Dengan ini menyatakan persetujuan untuk dipublikasikannya karya ilmiah
(skripsi) saya oleh pihak UIN Imam Bonjol Padang untuk kepentingan akademis.

Padang, 06 Maret 2025
Yang Membuat Pernyataan



A'isyah Nahril 'Ilmi

ABSTRAK

Penelitian ini membahas analisis model matematika kasus *monkeypox* dengan karantina. Populasi dibagi menjadi lima kompartemen yaitu *Susceptible* (S), *Exposed* (E), *Infected* (I), *Quarantine* (Q), dan *Recovered* (R). Tujuan penelitian ini adalah menemukan model matematika penyebaran penyakit *monkeypox* dengan mempertimbangkan karantina untuk mengurangi laju penularan. Analisis model menghasilkan dua titik ekuilibrium yaitu titik ekuilibrium bebas penyakit dan titik ekuilibrium endemik penyakit. Kestabilan titik ekuilibrium bergantung pada bilangan reproduksi dasar (R_0). Hasil simulasi numerik menunjukkan bahwa semakin besar nilai (R_0) maka akan semakin banyak individu yang terinfeksi *monkeypox*. Namun sebaliknya, semakin kecil nilai (R_0) maka akan semakin sedikit individu yang terinfeksi *monkeypox*. Pada penelitian ini, kita mendefinisikan vaksinasi sebagai variabel kontrol pada model matematika. Tujuan kontrol optimal pada penelitian ini adalah meminimumkan penyebaran penyakit *monkeypox* menggunakan vaksinasi dengan mempertimbangkan biayanya. Hasil analisis simulasi dari kontrol optimal menunjukkan bahwa vaksinasi sangat berpengaruh dalam meminimalkan populasi yang terinfeksi *monkeypox*.

Kata Kunci: Bilangan reproduksi dasar, kontrol optimal, *monkeypox*, vaksinasi.

ABSTRACT

This study discusses the analysis of mathematical models of monkeypox cases with quarantine. The population is divided into five compartments namely Susceptible (S), Exposed (E), Infected (I), Quarantine (Q), and Recovered (R). The purpose of this study is to find a mathematical model of the spread of monkeypox disease by considering quarantine to reduce the transmission rate. The analysis of the model resulted in two equilibrium points: a disease-free equilibrium point and a disease-endemic equilibrium point. The stability of the equilibrium point depends on the basic reproduction number (R_0). Numerical simulation results show that the greater the value of (R_0), the more individuals will be infected with monkeypox. On the other hand, the smaller the value of (R_0), the fewer individuals will be infected with monkeypox. In this study, we defined vaccinations as a control variable of the monkeypox's model. The optimal control objective in this study is to minimize the spread of monkeypox using vaccination by considering the cost. The results of simulation analysis of optimal control show that vaccination has a great effect in minimizing the population infected with monkeypox.

Keywords: Basic reproduction number, monkeypox, optimal control, vaccination.

DAFTAR ISI

HALAMAN PERSETUJUAN	iii
HALAMAN PENGUJIAN	iv
HALAMAN PENGESAHAN.....	v
KATA PENGANTAR.....	vi
HALAMAN PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI KARYA ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS.....	viii
ABSTRAK	ix
ABSTRACT	x
DAFTAR ISI.....	xi
DAFTAR GAMBAR.....	xiv
DAFTAR TABEL	xv
DAFTAR LAMPIRAN	xvi
BAB I PENDAHULUAN.....	1
A. Latar Belakang	1
B. Rumusan Masalah	3
C. Batasan Masalah.....	3
D. Tujuan Penelitian	3
E. Manfaat Penelitian	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....	5
A. Kerangka Teori.....	5
1. Cacar Monyet (<i>Monkeypox</i>).....	5
2. Karantina dan Vaksinasi <i>Monkeypox</i>	6
3. Model Penyebaran Penyakit	7
4. Dasar-Dasar Matematika	9

a.	Sistem Persamaan Diferensial.....	9
b.	Titik Keseimbangan (Ekuilibrium)	10
c.	Kestabilan Titik Ekuilibrium	10
d.	Bilangan Reproduksi Dasar dan <i>Next Generation Matrix</i>	13
e.	Formula Vieta.....	14
f.	Kontrol Optimal.....	15
g.	Prinsip Maksimum Pontryagin.....	16
h.	Metode Runge-Kutta.....	18
B.	Literatur <i>Review</i>	19
BAB III	METODE PENELITIAN	21
A.	Jenis Penelitian.....	21
B.	<i>Setting</i> Penelitian.....	21
C.	Langkah-Langkah Penelitian	21
BAB IV	HASIL DAN PEMBAHASAN	23
A.	Asumsi Model	23
B.	Variabel dan Parameter	23
C.	Model Matematika Kasus <i>Monkeypox</i>	25
D.	Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit dan Kestabilannya	27
E.	Bilangan Reproduksi Dasar (R_0) dan NGM	32
F.	Titik Ekuilibrium Endemik dan Kestabilannya.....	34
G.	Simulasi Numerik Tanpa Kontrol	38
1.	Simulasi Numerik Ketika $R_0 < 1$	38
2.	Simulasi Numerik Ketika $R_0 > 1$	41
H.	Aplikasi Kontrol Optimal pada Model.....	43
BAB V	PENUTUP	52

A. Kesimpulan	52
B. Saran.....	53
DAFTAR PUSTAKA	54
LAMPIRAN.....	56

DAFTAR GAMBAR

Gambar 4.1 Diagram Alir Kasus <i>Monkeypox</i> dengan Karantina.....	25
Gambar 4.2 Dinamika Populasi pada Kasus <i>Monkeypox</i> ketika $R_0 < 1$	40
Gambar 4.3 Dinamika Populasi pada Kasus <i>Monkeypox</i> ketika $R_0 > 1$	42
Gambar 4.4 Kontrol Optimal pada Simulasi Numerik Model Penyebaran <i>Monkeypox</i>	46
Gambar 4.5 Perubahan Jumlah Populasi Rentan pada Penyebaran <i>Monkeypox</i> dengan Kontrol Vaksinasi	47
Gambar 4.6 Perubahan Jumlah Populasi Terpapar pada Penyebaran <i>Monkeypox</i> dengan Kontrol Vaksinasi	48
Gambar 4.7 Perubahan Jumlah Populasi Terinfeksi pada Penyebaran <i>Monkeypox</i> dengan Kontrol Vaksinasi	49
Gambar 4.8 Perubahan Jumlah Populasi yang Dikarantina pada Penyebaran <i>Monkeypox</i> dengan Kontrol Vaksinasi.....	50
Gambar 4.9 Perubahan Jumlah Populasi yang Sembuh pada Penyebaran <i>Monkeypox</i> dengan Kontrol Vaksinasi.....	51

DAFTAR TABEL

Tabel 4.1 Daftar Variabel Model Kasus <i>Monkeypox</i> dengan Karantina.....	24
Tabel 4.2 Daftar Parameter Model Kasus <i>Monkeypox</i> dengan Karantina	24
Tabel 4.3 Daftar Nilai Parameter untuk $R_0 < 1$	38
Tabel 4.4 Jumlah Populasi Awal.....	39
Tabel 4.5 Daftar Nilai Parameter untuk $R_0 > 1$	41
Tabel 4.6 Jumlah Populasi Awal.....	41

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Simulasi Numerik untuk $R_0 < 1$	56
Lampiran 2. Simulasi Numerik untuk $R_0 > 1$	57
Lampiran 3. Model Tanpa Kontrol	59
Lampiran 4. Simulasi Numerik Model dengan Kontrol.....	59