

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Ruang metrik merupakan struktur matematis fundamental yang mendefinisikan konsep jarak dan kesetaraan dalam ruang yang lebih umum daripada ruang *Euclidean*. Dalam ruang metrik, sebuah himpunan X dilengkapi dengan fungsi jarak d yang memetakan pasangan elemen dari X ke bilangan real dan harus memenuhi sifat dasar, yaitu *non-negativitas*, simetri, dan ketaksamaan segitiga. Fungsi jarak ini memungkinkan untuk mendefinisikan berbagai konsep seperti jarak, kedekatan, dan keterhubungan antar elemen dalam ruang tersebut (Sutherland, 2009).

Dalam perkembangan matematika dan aplikasinya, ruang metrik *fuzzy* muncul sebagai perluasan konsep ruang metrik klasik. Ruang metrik *fuzzy* menggabungkan prinsip dasar ruang metrik dengan ide ketidakpastian yang diperkenalkan dalam teori himpunan *fuzzy*. Dalam konteks ini, jarak antara elemen-elemen tidak hanya didefinisikan sebagai bilangan real yang pasti, tetapi dengan melibatkan derajat keanggotaan yang mencerminkan seberapa dekat jarak antar dua elemen (George & Veeramani, 1994).

Pada tahun 1965, Lotfi A. Zadeh menjadi tokoh utama yang pertama kali memperkenalkan konsep teori *fuzzy* melalui karyanya yang berjudul "*Fuzzy Sets*" sebagai cara untuk menangani ketidakpastian yang tidak dapat diselesaikan secara tepat oleh teori probabilitas biasa. Teori ini menjelaskan konsep keanggotaan suatu elemen dalam sebuah himpunan tidak lagi bersifat biner (ya atau tidak), melainkan dinyatakan dalam derajat keanggotaan antara 0 dan 1 (Zadeh, 1965). Teori *fuzzy* sering diterapkan dalam berbagai bidang, seperti kecerdasan buatan, pengambilan keputusan, dan kontrol sistem (Klir & Yuan, 1995).

Pengenalan teori *fuzzy* oleh Lotfi A. Zadeh diikuti kontribusi dari Kramosil dan Michalek yang pertama kali memperkenalkan konsep ruang metrik *fuzzy* untuk menangani ketidakpastian dalam pengukuran jarak (Kramosil & Michalek, 1975). Selanjutnya, George dan Veeramani memberikan definisi formal ruang metrik *fuzzy*

dengan melibatkan t -norm yang bersifat kontinu, sehingga memungkinkan analisis lebih mendalam terhadap sifat-sifat konvergensi dan kelengkapan dalam konteks *fuzzy* (George & Veeramani, 1994). Kontribusi lanjutan oleh Gregori, López, dan Sapena membahas ruang metrik *fuzzy* yang dikembangkan dengan mendefinisikan konsep seperti barisan p -konvergen, p -Cauchy, serta barisan p -lengkap pada ruang metrik *fuzzy* (Gregori dkk., 2009).

Kajian ruang metrik *fuzzy* telah membuka peluang untuk mengeksplorasi berbagai aspek menarik, salah satunya fungsi kontinu. Fungsi kontinu dalam ruang metrik *fuzzy* dapat memberikan pemahaman lebih mendalam mengenai hubungan antara elemen – elemen dalam konteks ketidakpastian jarak. Penelitian terdahulu oleh (Aydogdu dkk., 2020) membahas tentang fungsi kontinu pada ruang metrik *fuzzy* dengan mengkaji beberapa sifat penting dari ruang fungsi tersebut, seperti kelengkapan dan kekompakan. Namun, kriteria kekonvergenan fungsi kontinu dan kontinu seragam di ruang metrik *fuzzy* belum dibahas, meskipun aspek ini merupakan salah satu hal penting yang perlu dikaji dalam ruang metrik *fuzzy*. Berdasarkan penjelasan di atas, penelitian ini akan mengkaji konsep kekonvergenan fungsi kontinu dan kontinu seragam pada ruang metrik *fuzzy*.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka didapat rumusan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana kriteria kekonvergenan fungsi kontinu pada ruang metrik *fuzzy*?
2. Bagaimana kriteria kekonvergenan fungsi kontinu seragam pada ruang metrik *fuzzy*?

C. Batasan Masalah

Pada penelitian ini, masalah yang akan dibahas terbatas pada kekonvergenan fungsi kontinu dan kontinu seragam di ruang metrik *fuzzy*.

D. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan dari penelitian ini sebagai berikut:

1. Mengkaji kriteria kekonvergenan fungsi kontinu pada ruang metrik *fuzzy*.

2. Mengkaji kriteria kekonvergenan fungsi kontinu seragam pada ruang metrik *fuzzy*.

E. Manfaat Penelitian

1. Manfaat Akademis

Hasil penelitian ini diharapkan dapat meningkatkan pemahaman mendalam tentang ruang metrik *fuzzy*, khususnya mengenai fungsi kontinu dalam ruang tersebut .

2. Manfaat Praktis

Penelitian ini diharapkan dapat menjadi rujukan untuk penelitian – penelitian yang terkait di masa yang akan datang.

